

Mensky制限経路積分のNon-Markovへの応用： 量子連続測定へのアプローチ

筑波大学 数理物質
中嶋 慧, 都倉 康弘

背景

量子連続測定とは何か？

定式化1 間接測定のくり返し。測定演算子を使う。

$$\rho(t + \Delta t) = \frac{M_i \rho(t) M_i^\dagger}{\text{Tr}[M_i \rho(t) M_i^\dagger]} \quad \left(\sum_i M_i^\dagger M_i = 1 \right)$$

問題1 測定演算子を使える条件

…測定装置の状態が常に一定(**Markov性**),
測定前の状態はテンソル積(装置と相関なし)

問題2 時間発展がMarkov的(過去の状態(出力)に依らない)

連続測定の場合は、**non-Markov(memory)**効果が生じ得るはず。

定式化2 **Mensky制限経路積分** M. B. Mensky(著), 町田 茂(訳)『量子連続測定と経路積分』
(吉岡書店,1995).
直感的。

測定データの汎関数として状態が決まる。

Non-Markovに拡張可能 → 今回、それを実行。

Mensky制限経路積分(1)

通常の経路積分

$$K(z, 0; z', t) = \int_{z(0)=z}^{z(t)=z'} \mathcal{D}[z] \frac{e^{iS_S[z]}}{\text{作用}}$$

遷移振幅

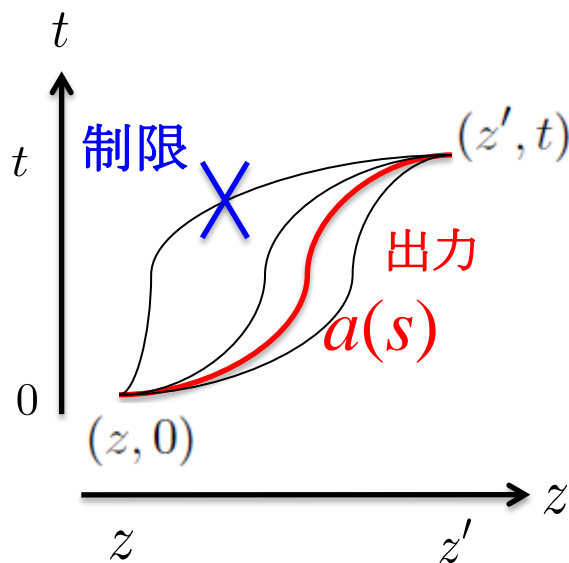
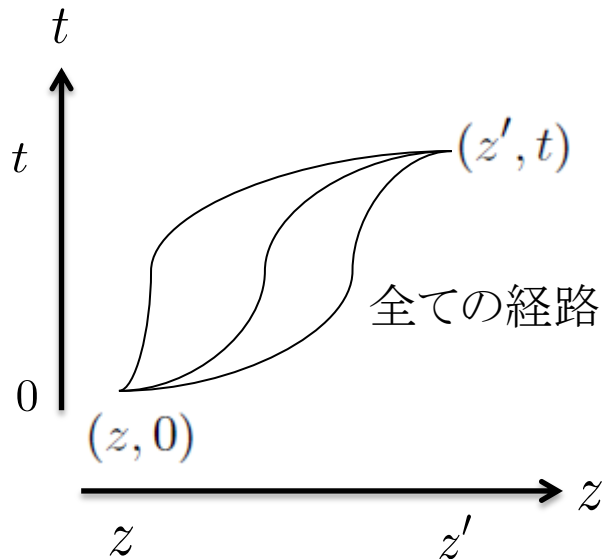
Mensky制限経路積分

時刻0から t までの物理量 A を連続測定し、
出力 $[a] = \{a(s) | 0 \leq s \leq t\}$ が得られた場合：

$$K_{[a]}(z, 0; z', t) = \int_{z(0)=z}^{z(t)=z'} \mathcal{D}[z] \frac{w_{[a]}[z] e^{iS_S[z]}}{\text{重み関数(測定の効果)}}$$

$$w_{[a]}[z] = \exp \left[\frac{\text{測定の強さ}}{\text{path}} \int_0^t ds \left[\frac{\text{path}}{\text{データ}} A(z(s), z^*(s)) - a(s) \right]^2 \right]$$

測定の強さ



Mensky制限経路積分(2)

$$K_{[a]}(z, 0; z', t) = \int_{z(0)=z}^{z(t)=z'} \mathcal{D}[z] \underline{w_{[a]}[z]} e^{iS_S[z]}$$

$$w_{[a]}[z] = \exp \left[-\kappa \int_0^t ds [A(z(s), z^*(s)) - \underline{a(s)}]^2 \right]$$

データ

出力に応じて、連続測定下の状態が(汎関数として)決まる。

連続測定下の時間発展方程式:

$$\frac{d|\psi_{[a]}(t)\rangle}{dt} = \left(-iH_S - \underline{\kappa[A - a(t)]^2} \right) |\psi_{[a]}(t)\rangle$$

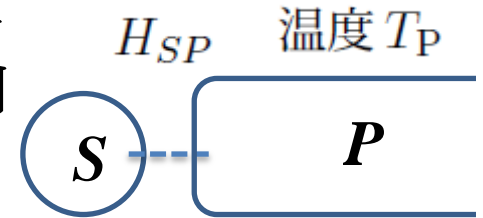
Markov

今のデータ
↓

連続測定の場合は、non-Markov(memory)効果が重要のはず。

→ 過去のデータが現れるはず

マイクロからの導出



系の状態

$$\rho_S(t) \stackrel{\text{def}}{=} \text{Tr}_P[\rho_{\text{tot}}(t)]$$

$$H_{SP} = \underline{A} \sum_k g_k c_k + \text{h.c.}$$

被測定量

$$H_P = \sum_k \omega_k c_k^\dagger c_k$$

$$\begin{aligned} & \langle \underline{z_f} | \rho_S(t) | \underline{z'_f} \rangle \\ &= \int d[z_i] \int d[z'_i] \int_{z(0)=z_i}^{z(t)=z_f} \mathcal{D}[z] \int_{z'(0)=z'_i}^{z'(t)=z'_f} \mathcal{D}[z'] e^{iS_S[\underline{z}] - iS_S[\underline{z}']} \underline{\mathcal{F}[z, z']} \langle \underline{z_i} | \rho_S(0) | \underline{z'_i} \rangle \end{aligned}$$

影響汎関数

$$\begin{aligned} & \mathcal{F}[z, z'] \\ & \approx \int \underline{\mathcal{D}[a]} e^{-2 \int_0^t ds \int_0^s du \left[\underline{A(z(s), z^*(s)) - a(s)} \alpha(s-u) \left[\underline{A(z(u), z^*(u)) - a(u)} + (z \leftrightarrow z') \right] \right]} \end{aligned}$$

補助場

zとz'とが分離!

$$k_B T_P \gg \omega_{\text{Debye}} \quad \alpha(t) = \sum_k |g_k|^2 \coth \frac{\omega_k}{2k_B T_P} \cos(\omega_k t)$$

C. Presilla, *et al.*, Ann. Phys. **248**, 95 (1996).
のNon-Markovへの拡張

ミクロからの導出(2)

$$\rho_S(t) = \int \mathcal{D}[a] \tilde{\rho}_{[a]}(t), \quad \tilde{\rho}_{[a]}(t) = \underline{G_{[a]}(t, 0)} \rho_S(0) G_{[a]}^\dagger(t, 0)$$

遷移振幅 $\langle z_f | \underline{G_{[a]}(t, 0)} | z_i \rangle = \int_{z(0)=z_i}^{z(t)=z_f} \mathcal{D}[z] \underline{w_{[a]}[z]} e^{iS_S[z]}$

重み関数(測定の効果)

$$w_{[a]}[z] = e^{-2 \int_0^t ds \int_0^s du [A(z(s), z^*(s)) - a(s)] \underline{\alpha(s-u)} [A(z(u), z^*(u)) - a(u)]}$$

$$\alpha(t) \rightarrow \kappa \delta(t) \quad \downarrow \quad \text{Non-Markov(memory) effect}$$

Markov limit $w_{[a]}[z] = e^{-\kappa \int_0^t ds [A(z(s), z^*(s)) - a(s)]^2}$

解釈

$$\underline{\rho_S(t) = \int \mathcal{D}[a] \tilde{\rho}_{[a]}(t)}, \quad \tilde{\rho}_{[a]}(t) = G_{[a]}(t, 0)\rho_S(0)G_{[a]}^\dagger(t, 0)$$

$[a] = \{a(s) | 0 \leq s \leq t\}$: A の連続測定の実出力

$\tilde{\rho}_{[a]}$: 出力 $[a]$ の下の状態 (未規格化)

Tr_S

$$1 = \int \mathcal{D}[a] \underline{\text{Tr}_S[\tilde{\rho}_{[a]}(t)]}$$

出力 $[a]$ を得る確率密度

間接測定

測定結果を読み出さない場合:

$$\underline{\rho' = \sum_i M_i \rho M_i^\dagger}$$

出力 i を得る確率: $\underline{p_i = \text{Tr}_S[M_i \rho M_i^\dagger]}$

$$i \longleftrightarrow [a]$$

$$M_i \longleftrightarrow G_{[a]}(t, 0)$$

時間発展方程式

連続測定下の状態 $\tilde{\rho}_{[a]}(t) = G_{[a]}(t, 0)\rho_S(0)G_{[a]}^\dagger(t, 0)$.

$$\langle z_f | G_{[a]}(t, 0) | z_i \rangle = \int_{z(0)=z_i}^{z(t)=z_f} \mathcal{D}[z] e^{-2 \int_0^t ds \int_0^s du [A(z(s))-a(s)]\alpha(s-u)[A(z(u))-a(u)]} e^{iS_S[z]}$$

$G_{[a]}(t, 0)$ の時間発展方程式を求めたい。

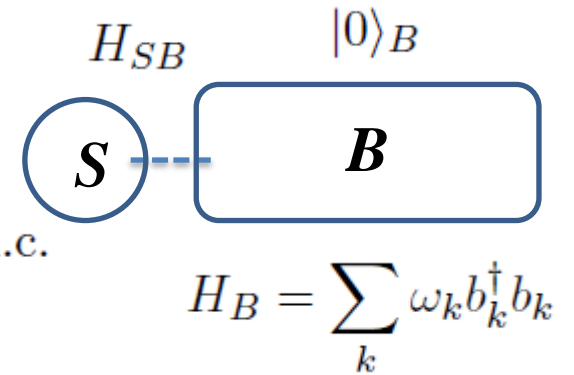
しかし、直接は求められないので、

Non-Markov quantum state diffusion (NMQSD) W. T. Strunz, Ting Yu, PRA **69**, 052115 (2004).
との類似を使う。

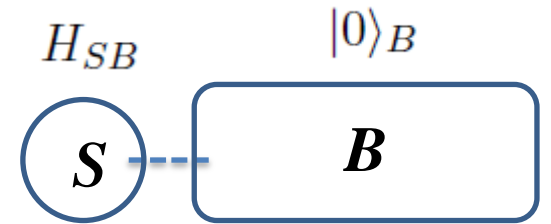
NMQSD

$$H_{SB} = \sum_{\alpha} L_{\alpha}^{\dagger} \sum_k g_{k,\alpha} b_k + \text{h.c.}$$

注目系の演算子



NMQSD



$$\rho_S(t) \stackrel{\text{def}}{=} \text{Tr}_B[\rho_{\text{tot}}(t)]$$

$$H_{SB} = \sum_{\alpha} L_{\alpha}^{\dagger} \sum_k \underbrace{g_{k,\alpha} b_k}_{\text{注目系の演算子}} + \text{h.c.}$$

$$H_B = \sum_k \omega_k b_k^{\dagger} b_k$$

影響汎関数

$$b_k |Z\rangle_B = Z_k |Z\rangle_B$$

$$\rho_S(t) = \int d[Z] |{}_B\langle Z|0\rangle_B|^2 \rho_Z(t), \quad \rho_Z(t) = \underline{K_Z(t,0)} \rho_S(0) K_Z^{\dagger}(t,0)$$

$$\langle z_f | \underline{K_Z(t,0)} | z_i \rangle = \int_{z(0)=z_i}^{z(t)=z_f} \mathcal{D}[z] \exp \left[\int_0^t ds \sum_{\alpha} Z_{\alpha}^*(s) L_{\alpha}(z(s)) - \sum_{\alpha,\beta} \int_0^t ds \int_0^s du L_{\alpha}^*(z(s)) {}_B\langle 0 | C_{\alpha}(s) C_{\beta}^{\dagger}(u) | 0 \rangle_B L_{\beta}(z(u)) \right] e^{iS_S[z]}$$

$$C_{\alpha}(t) = i \sum_k g_{k,\alpha} b_k e^{-i\omega_k t} \quad Z_{\alpha}(t) = i \sum_k g_{k,\alpha} Z_k e^{-i\omega_k t}$$

$K_Z(t,0)|\psi(0)\rangle$ の時間発展方程式を NMQSD という。

比較

NMQSD

$$\rho_S(t) = \int d[Z] |{}_B\langle Z|0\rangle_B|^2 \rho_Z(t), \quad \underline{\rho_Z(t) = K_Z(t, 0)\rho_S(0)K_Z^\dagger(t, 0)}$$

$$\begin{aligned} \langle z_f | K_Z(t, 0) | z_i \rangle &= \int_{z(0)=z_i}^{z(t)=z_f} \mathcal{D}[z] \exp \left[\int_0^t ds \sum_{\alpha} Z_{\alpha}^*(s) L_{\alpha}(z(s)) \right. \\ &\quad \left. - \sum_{\alpha, \beta} \int_0^t ds \int_0^s du \underline{L_{\alpha}^*(z(s))}_B \underline{\langle 0 | C_{\alpha}(s) C_{\beta}^{\dagger}(u) | 0 \rangle}_B \underline{L_{\beta}(z(u))} \right] e^{iS_S[z]} \end{aligned}$$

制限経路積分

$$\rho_S(t) = \int \mathcal{D}[a] \tilde{\rho}_{[a]}(t), \quad \underline{\tilde{\rho}_{[a]}(t) = G_{[a]}(t, 0)\rho_S(0)G_{[a]}^\dagger(t, 0)}$$

$$\langle z_f | G_{[a]}(t, 0) | z_i \rangle = \int_{z(0)=z_i}^{z(t)=z_f} \mathcal{D}[z] e^{-2 \int_0^t ds \int_0^s du \underline{[A(z(s))-a(s)]}_{\alpha(s-u)} \underline{[A(z(u))-a(u)]}} e^{iS_S[z]}$$

Z=0に対応

時間発展方程式

NMQSD (S+B)系のSchrödinger方程式から、

$$\frac{d}{dt}K_Z(t, 0) = -i[H_S + \underline{H_{SB}(Z, t)}]K_Z(t, 0)$$

$${}_B\langle Z|H_{SB}^I(t)|0\rangle_B = {}_B\langle Z|0\rangle_B \underline{H_{SB}(Z, t)}$$

コヒーレント状態の性質

$${}_B\langle Z|F(b_k^\dagger, b_k)|W\rangle_B = {}_B\langle Z|W\rangle_B F(Z_k^*, W_k + \frac{\partial}{\partial Z_k^*})$$

と合わせてNMQSDを得る。 W. T. Strunz, Ting Yu, PRA **69**, 052115 (2004).

量子連続測定 $\tilde{\rho}_{[a]}(t) = G_{[a]}(t, 0)\rho_S(0)G_{[a]}^\dagger(t, 0)$

NMQSDから置き換えによって、量子連続測定下の時間発展方程式を得る。

$$\frac{d}{dt}G_{[a]}(t, 0) = \mathcal{H}_{[a]}(t)G_{[a]}(t, 0), \quad \mathcal{H}_{[a]}(t) = -iH_S - \underline{D_{[a]}(t)}$$

測定の効果

$$D_{[a]}(t) = 2[\underline{A} - a(t)] \int_0^t ds \alpha(t-s) [\underline{A}(t,s) - \underline{a(s)}]$$

過去のデータ

被測定量

$$= A^I(s-t) + \mathcal{O}(g_k)$$

2準位系

$$H_S = \begin{pmatrix} -\Delta & \frac{\Omega}{2} \\ \frac{\Omega}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} |+\rangle \\ |-\rangle \end{matrix}$$

測定量： $A = \sigma_z = |+\rangle\langle+| - |-\rangle\langle-|$

出力： $[s] = \{s_z(\bullet) | 0 \leq \bullet \leq t\}$

初期状態： $|\psi(0)\rangle = \frac{|+\rangle + |-\rangle}{\sqrt{2}}$

$$\alpha(t) = \frac{\kappa\gamma}{2} e^{-\gamma t}$$

κ ：測定の強さ

γ ：(測定装置の memory time) $^{-1}$

$$\frac{G_{[s]}(t, 0)|\psi(0)\rangle}{\|G_{[s]}(t, 0)|\psi(0)\rangle\|} = c_+(t)|+\rangle + c_-(t)|-\rangle$$

数值計算

$$|\psi(0)\rangle = \frac{|+\rangle + |-\rangle}{\sqrt{2}}$$

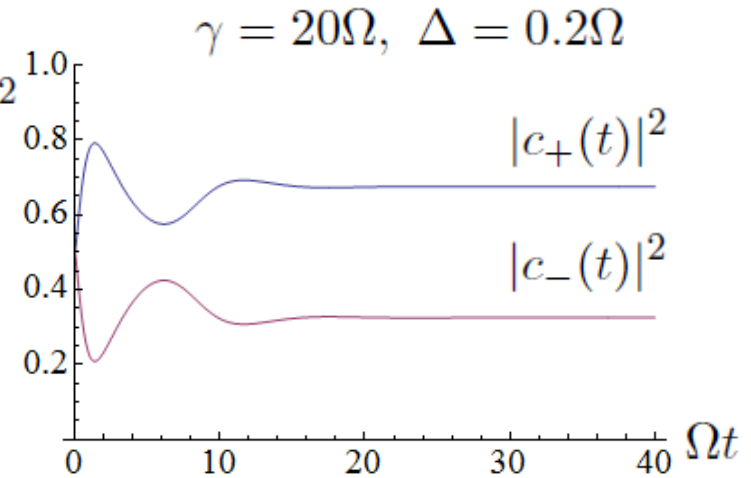
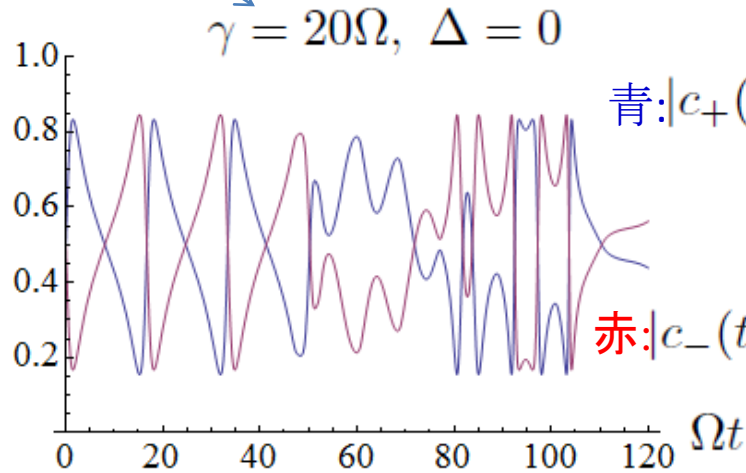
$$H_S = \begin{pmatrix} -\Delta & \frac{\Omega}{2} \\ \frac{\Omega}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} |+\rangle \\ |-\rangle \end{matrix}$$

例として

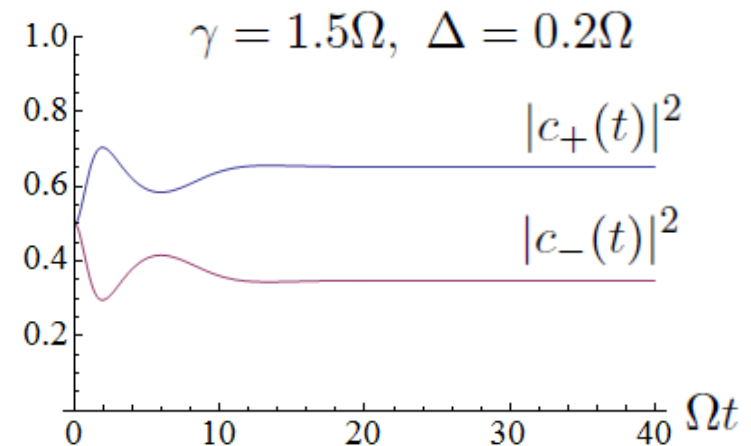
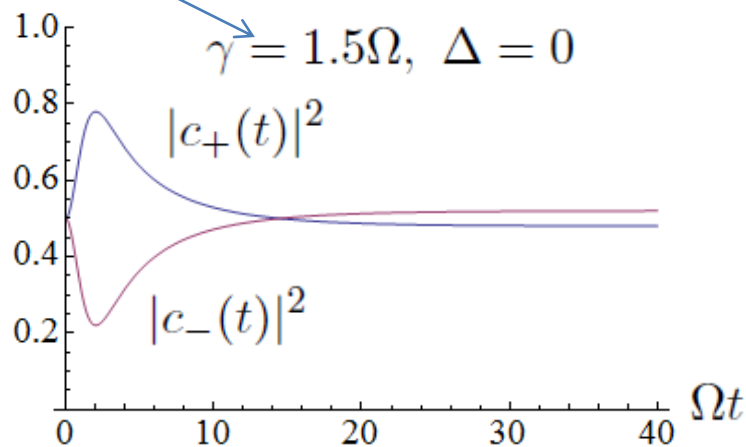
全て $\kappa = 0.25\Omega$, $s_z(t) = 0.9 = \text{const.}$

$$\alpha(t) = \frac{\kappa\gamma}{2} e^{-\gamma t}$$

Markov



Non-Markov



収束値

$$\underline{s_z(t) = s_z \text{ の場合、 } t \rightarrow \infty \text{ で、 } D_{[s]}(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \begin{pmatrix} D_{++} & D_{+-} \\ D_{-+} & D_{--} \end{pmatrix}$$

$\mathcal{H}_{[s]}(t = \infty) = -iH_S - D_{[s]}(t = \infty)$ の固有値:

$$\lambda_n = \frac{i\Delta - D_{++} - D_{--} + \boxed{(-1)^n \sqrt{A}}}{2} \quad (n = 0, 1)$$

$$A = A_R(\gamma) + \underline{i8\kappa\Delta \cdot s_z} \equiv |A|e^{i\theta} \quad (-i\pi < \theta \leq \pi)$$

$$\text{Re}\sqrt{A} = |A|^{1/2} \cos \frac{\theta}{2} \geq 0$$

$\Delta \cdot s_z \neq 0 \implies t \rightarrow \infty$ で $n = 0$ のモードのみが残る ($\text{Re}\sqrt{A} > 0$)。

$\Delta \cdot s_z = 0 \implies A_R > 0$ なら $t \rightarrow \infty$ で $n = 0$ のモードのみが残る。

$A_R \leq 0$ なら $t \rightarrow \infty$ で 2 つのモードが残る (振動)。

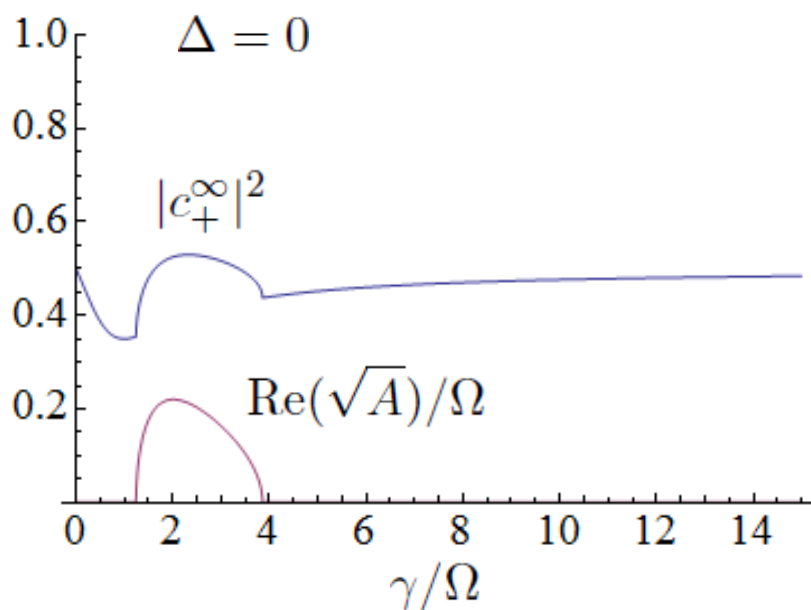
$$A_R(\gamma) = -\Omega^2 - \Delta^2 + 4\kappa^2 \frac{s_z^2 (4c^4 + 5c^2\Omega^2 + \Omega^4) - c^2\Omega^2}{(c^2 + \Omega^2)^2} \\ + 4\kappa \frac{\Omega^2 \gamma}{c^2 + \Omega^2} \quad (c^2 = \underline{\gamma^2 + \Delta^2})$$


収束値(2)

$$\mathcal{H}_{[s]}(t = \infty) \text{ の } n = 0 \text{ の固有ベクトル : } \begin{pmatrix} c_+^\infty \\ c_-^\infty \end{pmatrix} \quad |c_+^\infty|^2 + |c_-^\infty|^2 = 1$$

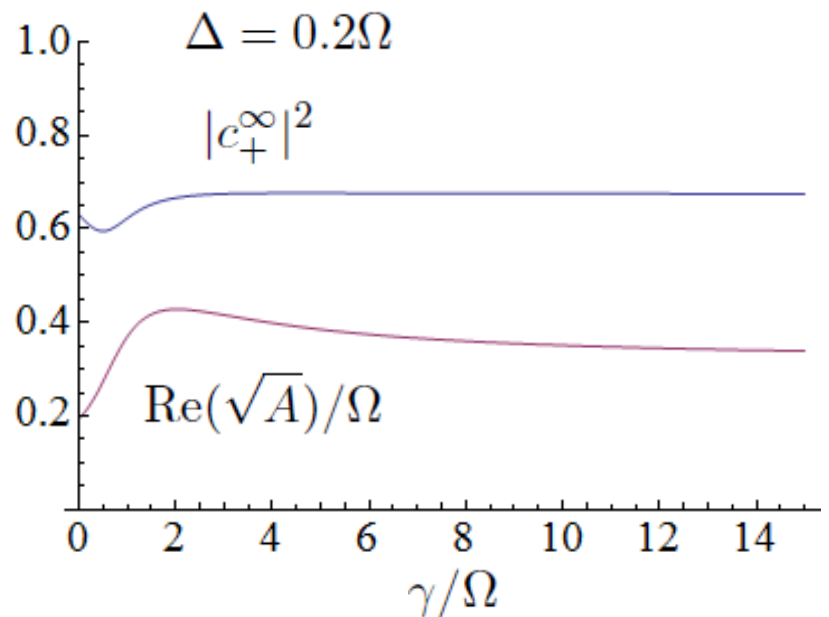
$$\kappa = 0.25\Omega, \quad s_z(t) = s_z = 0.9$$

$$\alpha(t) = \frac{\kappa\gamma}{2} e^{-\gamma t}$$




 収束 振動





 収束

まとめ, 展望

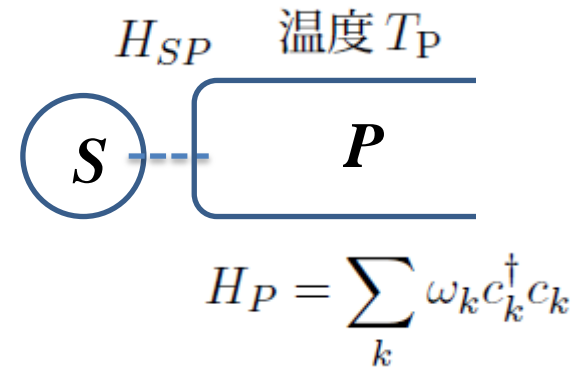
まとめ

- (1) Menskyの制限経路積分を、影響汎関数法を用いて、non-Markovへ拡張した。
- (2) Non-Markov quantum state diffusion(NMQSD)との興味深い対応関係を発見し、それを用いて、量子連続測定下の時間発展方程式を導出した。
- (3) 2準位系に対してこれを適用し、non-Markovの効果調べた。

展望

通常の、測定演算子を用いた定式化との関係

影響汎関数



$$H_{SP} = \underline{A} \sum_k g_k c_k + \text{h.c.}$$

被測定量

$$\mathcal{F}[z, z'] = e^{-\int_0^t ds \int_0^s du [A(s) - A'(s)] \alpha(s-u) [A(u) - A'(u)]}$$

$$e^{i \int_0^t ds \int_0^s du [A(s) - A'(s)] \gamma(s-u) [A(u) + A'(u)]}$$

$$\alpha(t) = \sum_k |g_k|^2 \coth \frac{\omega_k}{2k_B T_P} \cos(\omega_k t)$$

$$\gamma(t) = \sum_k |g_k|^2 \sin(\omega_k t)$$

$$\int d^N a \exp\left(-\sum_{i,j} a_i \alpha_{ij} a_j + \sum_i a_i I_i\right) = \sqrt{\frac{\pi^N}{\det \alpha}} \exp\left(\frac{1}{4} \sum_{i,j} I_i (\alpha^{-1})_{ij} I_j\right)$$

$$\mathcal{F}[z, z']$$

$$\approx \int \mathcal{D}[a] e^{-2 \int_0^t ds \int_0^s du [A(z(s), z^*(s)) - a(s)] \alpha(s-u) [A(z(u), z^*(u)) - a(u)] + (z \longleftrightarrow z')}$$

$$k_B T_P \gg \omega_{\text{Debye}}$$

影響汎関数(2)

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}_P[z, z'] &= e^{-\int_0^t ds \int_0^s du [A(s)-A'(s)]\alpha(s-u)[A(u)-A'(u)]} \\
 &\quad e^{i \int_0^t ds \int_0^s du [A(s)-A'(s)]\gamma(s-u)[A(u)+A'(u)]} \\
 &\approx \int \mathcal{D}[a] e^{-2 \int_0^t ds \int_0^s du [A(z(s), z^*(s))-a(s)]\alpha(s-u)[A(z(u), z^*(u))-a(u)] + (z \longleftrightarrow z')}
 \end{aligned}$$

$$\mathcal{F}_B[z, z']$$

$$\begin{aligned}
 &= \int d[Z] \underbrace{|{}_B\langle Z|0\rangle_B|^2}_{\text{}} \exp\left(-\sum_{\alpha, \beta} \int_0^t ds \int_0^s du \left\{ L_\alpha^*(z(s)) \langle C_\alpha(s) C_\beta^\dagger(u) \rangle L_\beta(z(u)) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + L_\alpha(z'(s)) \langle C_\beta(u) C_\alpha^\dagger(s) \rangle L_\beta^*(z'(u)) \right\} + \int_0^t ds \sum_\alpha (Z_\alpha^*(s) L_\alpha(z(s)) + L_\alpha^*(z'(s)) Z_\alpha(s)) \right)
 \end{aligned}$$

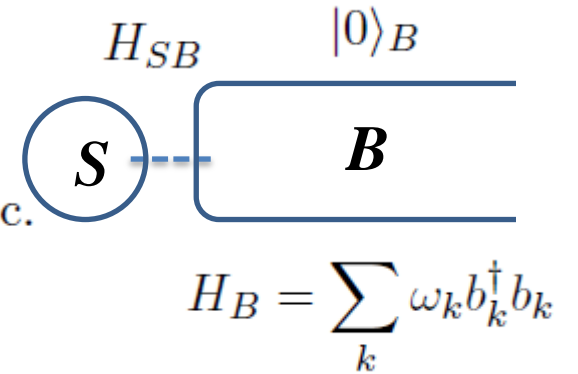
$$\rho_S(t) = \underline{\text{Tr}}_B[\rho_{\text{tot}}(t)] = \int d[Z] \underline{{}_B\langle Z|} \rho_{\text{tot}}(t) \underline{|Z\rangle_B} \quad b_k |Z\rangle_B = Z_k |Z\rangle_B$$

$$C_\alpha(t) = i \sum_k g_{k, \alpha} b_k e^{-i\omega_k t}, \quad Z_\alpha(t) = i \sum_k g_{k, \alpha} Z_k e^{-i\omega_k t}, \quad \langle \dots \rangle = {}_B\langle 0 | \dots | 0 \rangle_B$$

NMQSD(2)

$$H_{SB} = \sum_{\alpha} L_{\alpha}^{\dagger} \sum_k g_{k,\alpha} b_k + \text{h.c.}$$

注目系の演算子



$$\langle z_f | K_Z(t, 0) | z_i \rangle = \int_{z(0)=z_i}^{z(t)=z_f} \mathcal{D}[z] \exp \left[\int_0^t ds \sum_{\alpha} Z_{\alpha}^*(s) L_{\alpha}(z(s)) - \sum_{\alpha, \beta} \int_0^t ds \int_0^s du L_{\alpha}^*(z(s))_B \langle 0 | C_{\alpha}(s) C_{\beta}^{\dagger}(u) | 0 \rangle_B L_{\beta}(z(u)) \right] e^{iS_S[z]}$$

$$C_{\alpha}(t) = i \sum_k g_{k,\alpha} b_k e^{-i\omega_k t} \quad Z_{\alpha}(t) = i \sum_k g_{k,\alpha} Z_k e^{-i\omega_k t}$$

$$\frac{d}{dt} K_Z(t, 0) = -i [H_S + \underline{H_{SB}(Z, t)}] K_Z(t, 0)$$

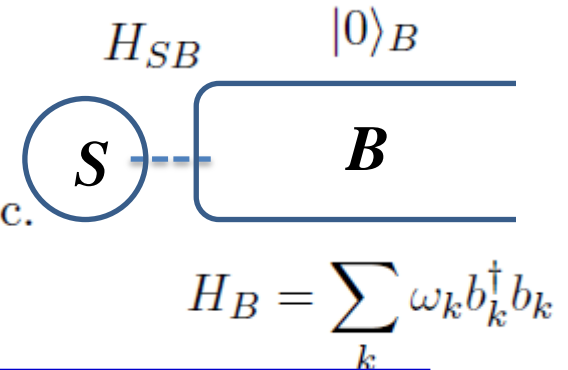
$${}_B \langle Z | H_{SB}^I(t) | 0 \rangle_B = {}_B \langle Z | 0 \rangle_B \underline{H_{SB}(Z, t)}$$

$${}_B \langle Z | F(b_k^{\dagger}, b_k) | W \rangle_B = {}_B \langle Z | W \rangle_B F(Z_k^*, W_k + \frac{\partial}{\partial Z_k^*})$$

NMQSD(3)

$$H_{SB} = \sum_{\alpha} L_{\alpha}^{\dagger} \sum_k g_{k,\alpha} b_k + \text{h.c.}$$

注目系の演算子



$$\frac{d}{dt} K_Z(t, 0) |\psi\rangle = \left[-iH_S + \sum_{\alpha} L_{\alpha} Z_{\alpha}^*(t) - \sum_{\alpha, \beta} L_{\alpha}^{\dagger} \int_0^t ds {}_B \langle 0 | C_{\alpha}(t) C_{\beta}^{\dagger}(s) | 0 \rangle_B L_{\beta}(t, s, Z) \right] K_Z(t, 0) |\psi\rangle$$

$$L_{\alpha}(t, s, Z) = L_{\alpha}^I(s - t) + \mathcal{O}(g_{k,\alpha})$$

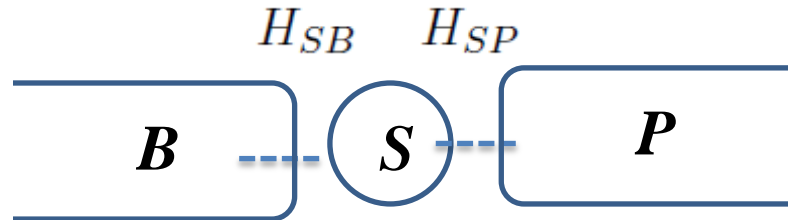
$$C_{\alpha}(t) = i \sum_k g_{k,\alpha} b_k e^{-i\omega_k t}, \quad Z_{\alpha}(t) = i \sum_k g_{k,\alpha} Z_k e^{-i\omega_k t}$$

$$\overline{Z_{\alpha}(t)} = 0 = \overline{Z_{\alpha}^*(t)}, \quad \overline{Z_{\alpha}(t) Z_{\beta}(s)} = 0 = \overline{Z_{\alpha}^*(t) Z_{\beta}^*(s)},$$

$$\overline{Z_{\alpha}(t) Z_{\beta}^*(s)} = \sum_k g_{k,\alpha} g_{k,\beta}^* e^{-i\omega_k(t-s)} = \langle 0 | C_{\alpha}(t) C_{\beta}^{\dagger}(s) | 0 \rangle \equiv \alpha_{\alpha\beta}(t - s)$$

$$\overline{F(Z)} \stackrel{\text{def}}{=} \int d[Z] |\langle Z | 0 \rangle|^2 F(Z) = \int \prod_k \frac{dZ_k dZ_k^*}{\pi} e^{-Z_k Z_k^*} F(Z)$$

熱浴のある場合



$$H_{SP} = A \sum_k g_k c_k + \text{h.c.}$$

被測定量

$$\frac{d\tilde{\rho}_{[a]}(t)}{dt} = \underbrace{-i[H_S, \tilde{\rho}_{[a]}(t)] + \hat{\Pi}(t)\tilde{\rho}_{[a]}(t)}_{\text{熱浴の効果}} \underbrace{- D_{[a]}(t)\tilde{\rho}_{[a]}(t) - \tilde{\rho}_{[a]}(t)[D_{[a]}(t)]^\dagger}_{\text{測定の効果}}$$

$$D_{[a]}(t) = 2[A - a(t)] \int_0^t ds \alpha(t-s) \underline{A(t,s) - a(s)}$$

$$= A^I(s-t) + \mathcal{O}(g_k)$$

数值計算

$$|\psi(0)\rangle = \frac{|+\rangle + |-\rangle}{\sqrt{2}}$$

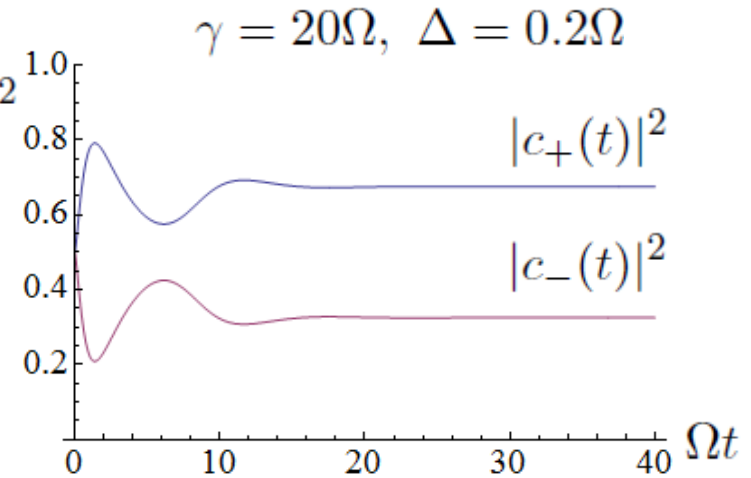
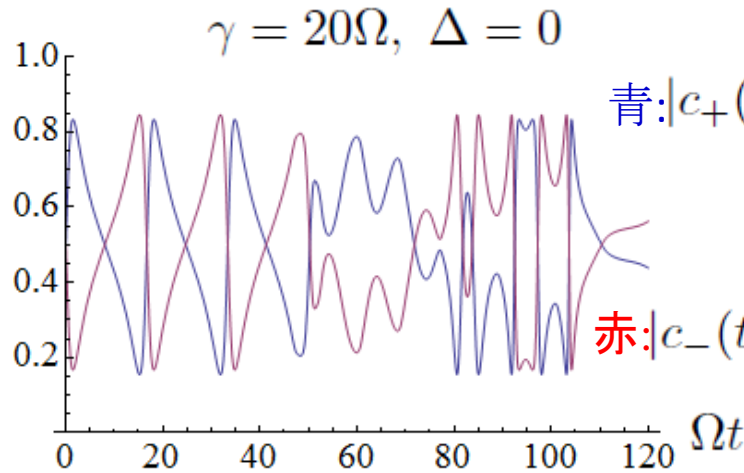
$$H_S = \begin{pmatrix} -\Delta & \frac{\Omega}{2} \\ \frac{\Omega}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} |+\rangle \\ |-\rangle \end{matrix}$$

例として

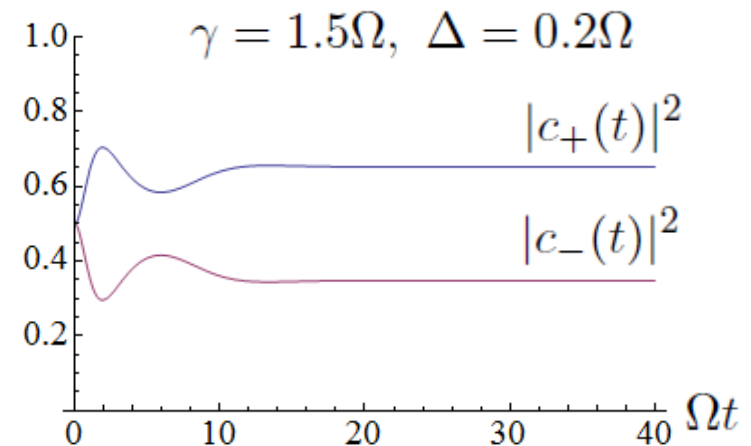
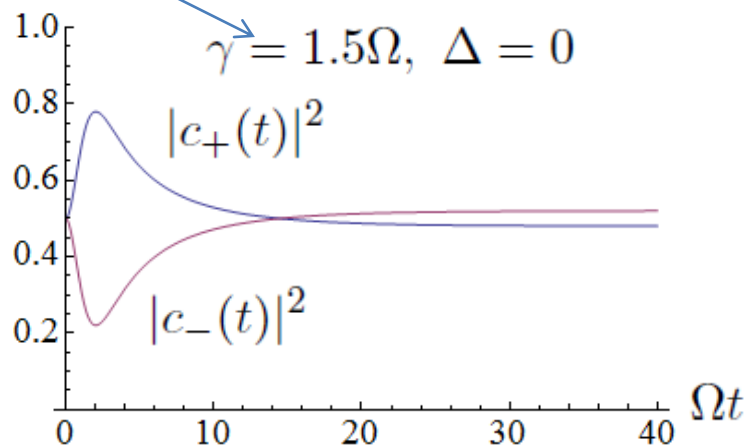
全て $\kappa = 0.25\Omega$, $s_z(t) = 0.9 = \text{const.}$

$$\alpha(t) = \frac{\kappa\gamma}{2} e^{-\gamma t}$$

Markov



Non-Markov



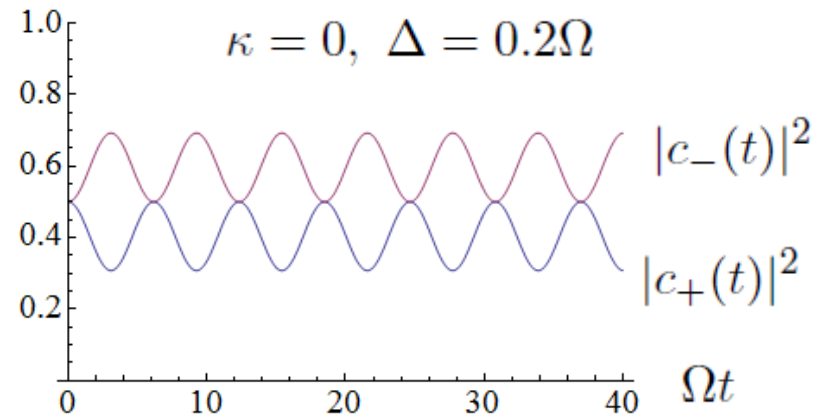
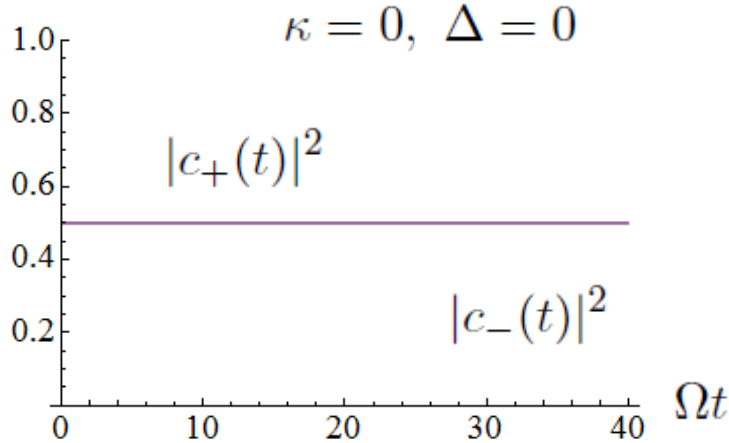
数値計算(2) $H_S = \begin{pmatrix} -\Delta & \frac{\Omega}{2} \\ \frac{\Omega}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} |+\rangle \\ |-\rangle \end{matrix}$

$$|\psi(0)\rangle = \frac{|+\rangle + |-\rangle}{\sqrt{2}}$$

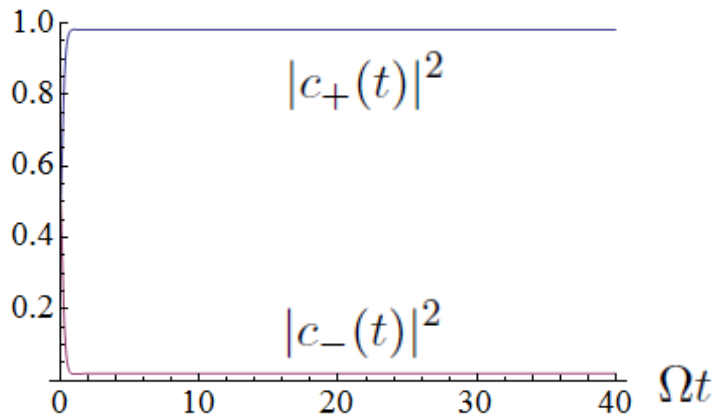
$$s_z(t) = 0.9 = \text{const.}$$

$$\alpha(t) = \frac{\kappa\gamma}{2} e^{-\gamma t}$$

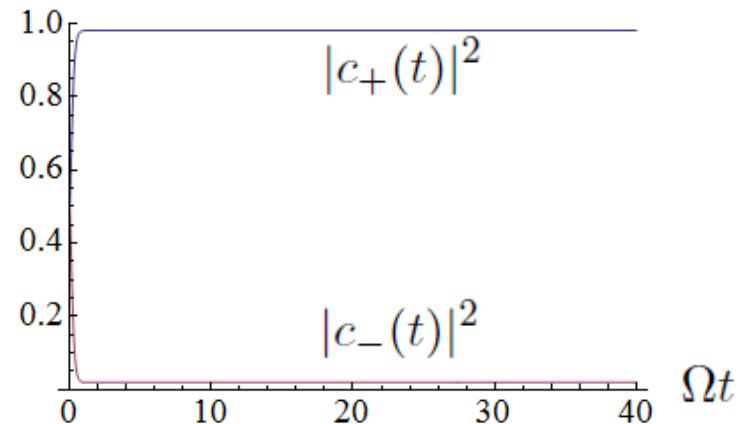
測定なし



強い測定 $\kappa = 1\Omega, \Delta = 0$ ($\gamma = 20\Omega$)



$\kappa = 1\Omega, \Delta = 0.2\Omega$ ($\gamma = 20\Omega$)



Schrödinger方程式

$$\langle z_f | \psi(t) \rangle = \int dz_i K(z_f, t; z_i, t_i) \langle z_i | \psi(t_i) \rangle$$

$$K(z_f, t; z_i, t_i) = \int_{z(0)=z}^{z(t)=z'} \mathcal{D}[z] \exp[i \int_{t_i}^{t_f} dt L(z(t), z^*(t))]$$

一重積分

$$K(z_f, t; z_i, t_i) = \int dz K(z_f, t; z, t') K(z, t'; z_i, t_i)$$

$$\frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = -iH_S |\psi(t)\rangle$$